

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	14 / 02 / 2026

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Σχολικό Βιβλίο σελ.88
A2. α) Γ β) Ε γ) Α
A3. (i) Λ (ii) Σ (iii) Σ (iv) Σ (v) Λ

ΘΕΜΑ Β

- B1.** Οι γωνίες $\widehat{E\Delta B}$ και $\widehat{\Delta B\Gamma}$, είναι εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΔΕ, ΒΓ που τέμνονται από την ΔΒ, οπότε είναι ίσες.
B2. Οι γωνίες $\widehat{E\Delta A}$ και $\widehat{\Gamma}$, είναι εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΔΕ, ΒΓ που τέμνονται από την ΑΓ, οπότε είναι ίσες.
B3. Από τα προηγούμενα ερωτήματα είναι $\widehat{\Delta B\Gamma} = \widehat{E\Delta B} = \widehat{E\Delta A} = \widehat{\Gamma}$. Οπότε το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ισοσκελές με $B\Delta = \Gamma\Delta$.

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1.** Τα ορθογώνια τρίγωνα ΔΒΖ και ΕΗΓ έχουν:
 1) $B\Delta = \Gamma E$ (από υπόθεση) και
 2) $\widehat{\Delta BZ} = \widehat{E\Gamma H}$ (γιατί είναι κατακορυφήν των ίσων γωνιών Β και Γ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ).
 Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε έχουν και $BZ = \Gamma H$.
Γ2. Επειδή $AB = A\Gamma$ και $BZ = \Gamma H$, είναι και $AB + BZ = A\Gamma + \Gamma H \Leftrightarrow AZ = AH$, άρα το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές.
Γ3. Επειδή το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές με βάση τη ΖΗ, είναι $\widehat{A\hat{Z}H} = \widehat{A\hat{H}Z}$.
 Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΖΗ έχουμε:

$$\widehat{Z\hat{A}H} + \widehat{A\hat{Z}H} + \widehat{A\hat{H}Z} = 180^\circ \Leftrightarrow 50^\circ + 2\widehat{A\hat{Z}H} = 180^\circ \Leftrightarrow 2\widehat{A\hat{Z}H} = 130^\circ$$

$$\Leftrightarrow \widehat{A\hat{Z}H} = 65^\circ = \widehat{A\hat{H}Z}.$$
Γ4. Η ΑΘ είναι διχοτόμος στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΖΗ άρα θα είναι και διάμεσος και ύψος. Οπότε η ΑΘ θα είναι και μεσοκάθετος στο ευθύγραμμο τμήμα ΖΗ.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $OA \perp AB$ και $OD \perp DG$, διότι OA και OD είναι ακτίνες στα σημεία επαφής A και Δ αντίστοιχα. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα OAB και ODG , τα οποία έχουν:

- $OA = OD$, ακτίνες του κύκλου
- $OB = OG$, από την υπόθεση
- $\widehat{OAB} = \widehat{ODG} = 90^\circ$, αφού $OA \perp AB$ και $OD \perp DG$

Τα τρίγωνα είναι ίσα, γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και μία κάθετη πλευρά ίση. Άρα θα έχουν ίσες και τις άλλες κάθετες πλευρές τους, δηλαδή $AB = DG$.

Δ2. Αν το μήκος του BA είναι ίσο με R , τότε από το α) ερώτημα τα ίσα ορθογώνια τρίγωνα OAB και ODG θα είναι και ισοσκελή, αφού $OA = AB = OD = DG = R$. Επομένως η κάθε μια από τις οξείες γωνίες του θα ισούται με 45° .

Άρα $\widehat{AOD} = 180 - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$, οπότε το ισοσκελές τρίγωνο OAD έχει τη γωνία της κορυφής του ορθή, άρα είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

Δ3. Στο τρίγωνο AOB είναι:

$$\widehat{A} + \widehat{O} + \widehat{B} = 180^\circ \Leftrightarrow 90^\circ + 40^\circ + \widehat{O} = 180^\circ \Leftrightarrow 130^\circ + \widehat{O} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{O} = 50^\circ.$$

Δηλαδή $\widehat{AOB} = \widehat{DOG} = 50^\circ$, άρα $\widehat{AOB} + \widehat{AOD} + \widehat{DOG} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{AOD} = 80^\circ$

Το τρίγωνο OAD είναι ισοσκελές, αφού $OA=OD$, άρα $\widehat{OAD} = \widehat{ADO}$ οπότε έχουμε :

$$\widehat{OAD} + \widehat{ADO} + \widehat{AOD} = 180^\circ \Leftrightarrow 2\widehat{OAD} = 180^\circ - 80^\circ \Leftrightarrow \widehat{OAD} = 50^\circ .$$

Άρα $\widehat{OAD} = \widehat{AOB} = 50^\circ$ και επειδή είναι εντός εναλλάξ γωνίες, τα τμήματα AD και BG είναι παράλληλα.